

MAGRINI

Sulla Vita e Sulle Opere

DEL PADRE

STEFANO DEGLI ANGELI

MALE

ov.
anea

VITTORIO EM. III

2



BIBLIOTECA PROVINCIALE

misc. A-35-252

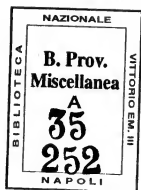
Armadio



Palchetto

Num.° d'ordine

156. 20608





56N 6783ho

SULLA VITA E SULLE OPERE

DEL PADRE

STEFANO DEGLI ANGELI

MATEMATICO VENEZIANO DEL SECOLO XVII

MEMORIA

DEL D.^a PIETRO MAGRINI

PROFESSORE LICEALE EMERITO DI MATEMATICA, SOCIO ORDINARIO
DELL' ATENEO DI VENEZIA E CORRISPONDENTE DI ALTRE ILLUSTRI
ACCADEMIE

LETTA ALL' ATENEO VENETO NELLA TORNATA
DEL 10 LUGLIO 1862



ROMA

TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI

1866



AVVERTIMENTO DEGLI EDITORI



La presente Memoria, letta nell'Ateneo a Venezia nel dì 10 Luglio 1862, non venne inserita come doveva negli Atti di quel Corpo Scientifico-Letterario se non per estratto, perchè l'Autore la riserbava per sè onde pubblicarla in una certa festa di famiglia amica, ove un giovane stava per conseguire la laurea dottorale in Matematica. Essendo per sciagura mancata quella occasione ci venne trasmesso l'inedito lavoro del Prof. Magrini con facoltà di stamparlo, e si è creduto dovere di non alterare la forma accademica della Memoria stessa, quella cioè nella quale venne dall'Autore recitata.





Il sig. Luigi Figuier, ben noto ai coltivatori delle scienze e molto benemerito per la chiarezza e diligenza, con cui espone i trovati più importanti e luminosi dell' epoca attuale, e che periodicamente ci dà l' utilissimo annuario scientifico ed industriale, nel suo numero sesto messo fuori al principio di quest' anno vi rende conto della seduta solenne dell' Accademia delle scienze di Parigi, tenutasi nel dì 28 marzo 1861, sotto la presidenza dell' illustre sig. Chasles. In quella sua narrazione il Figuier mostrasi quasi disgustato di ciò, che l' elogio storico d' un accademico estinto, e recitato in quell' anno dal sig. Elie de Beaumont, sia caduto sopra un geometra trapassato, ed il nome del quale, al suo dire, è ignorato dalla massa del pubblico. E notisi che quell' ignorato geometra era nientemeno che il celebre Legendre, e che il pubblico, che doveva intendere ed approvare i meriti dell' encomiato, era l' Accademia delle scienze di Parigi, e poi tutta la terra civilizzata. Pretende il Figuier, un poco leggermente a quanto mi sembra, che il Legendre non sia conosciuto se non fra le pareti scolastiche pel suo trattato di geometria, che al certo è il più bello tra

tutti quelli che apparvero in questo secolo, e dimentica essere stato quell' uomo uno dei più profondi ingegni dell' epoca, uno dei più laboriosi membri dell' istituto; e dimentica che quel defunto lasciò in eredità pingue alla colte nazioni il suo Saggio sulla teoria dei numeri, un nuovo metodo per la determinazione analitica dell' orbita delle comete, il trattato delle trascendenti ellittiche, il processo analitico per la rettificazione d' un arco di meridiano, ed altre molte preclare opere, che lungo sarebbe di ricordare.

Quel linguaggio poco riguardoso dello stimabile sig. Figüier verso la memoria d' un geometra, popolarissimo fra i dotti, al quale si tributava un legittimo e doveroso omaggio accademico, mi sgomentò assai in un tempo, in cui a mio còmpito in questo illustre Ateneo io mi disponeva a tessere l' elogio appunto di un geometra italiano, anzi propriamente veneziano, del secolo XVII. Rendevami titubante nel meditato lavoro l' accorgermi che il mio laudando, tale essendo da sostenere il confronto di assai dotti moderni per la copiosa sua dottrina, fatta ragione dalle epoche, non sarebbe stato pel Figuier degno di quella considerazione, in che fu pure tenuto in sua vita, colmato dovunque pel mondo dei dotti di onori e di ricompense; e ciò per la pura ragione di essere un geometra.

Ma considerando che l' uomo, sul quale io aveva diretti i miei studii in uno scopo di giustizia e di patria ambizione, era un nostro glorioso concittadino, del quale assai rinomati scrittori si occuparono, e che il luogo, dove io mi portava a descrivere le a-

zioni ed i meriti di esso era un istituto scientifico letterario della città che gli fu madre, ed il quale istituto ha per ispiccato carattere di essere propenso, oltrechè a promuovere le scienze e le lettere in generale, ad accogliere avidamente tutti gli scritti tendenti ad illustrare la nostra degna città, presi animo a continuare ed a maturare l'assunta impresa. E questa è di esporre un quadro delle cose lodevoli, che riguardano il Padre Stefano degli Angeli veneziano, dottissimo uomo del secolo decimosettimo, oltrechè nella filosofia, nella teologia e nelle amene lettere, più assai nella geometria e nella fisica. Le sue produzioni geometriche sopra tutto valsero a metterlo in fama appresso ai suoi contemporanei, ed a queste, premessi alcuni cenni sulla sua vita, dedicherò la presente memoria. Non dobbiamo per altro dissimulare non potersi oggidì trarre da quelle opere, nell'odierna abbondanza, gran che di giovamento dall'erudizione in fuori. Tale è di fatto la condizione degli antichi volumi indirizzati a progressiva dottrina, da doversene rimanere bene spesso dimenticati e polverosi nelle biblioteche, essendo la loro giovinezza svanita. Per tanto io non mi farò a considerare il degli Angeli se non rispetto alla parte ch'egli sostenne sul dramma scientifico dei suoi tempi e perciò è ben da credere che non potrò occuparmi che di cose vecchie. Ma il vecchio è il padre del nuovo: ed il vecchio di che avremo ad occuparci adesso è eminentemente del genere, di cui quasi oracolo sentenziava il Bacone:

Multa pertransibunt et augebitur scientia.

Il terreno, che imprendo a dissodare, oltre all'essere da gran tempo rimasto abbandonato, è anche per giunta di sua natura ben arido, e non può vestirsi di fiori per lavoro che il giardiniere vi possa mettere: è d'uopo armarsi per tanto di benigna attenzione nel tornare dietro a tali ricerche, ed io farò del mio meglio per ispogliare il mio campo, almeno in parte, dalle naturali sue spine.

Francesco degli Angeli o de Angelis, come comparisce in fronte di quasi tutte le sue opere scritte latinamente, nacque in Venezia nel 21 settembre dell'anno 1623. Giovanetto ancora entrò nella religione dei Gesuati di san Girolamo di questa città. E siccome la vita di lui è assai legata alle vicende dell'ordine a cui erasi affratellato, così credetti opportunissimo il procacciarmi qualche notizia intorno a quell'istituto religioso, ed esporrò il poco che potei consultando il Moroni ed il Tentori, ed anche per mezzo di particolari informazioni da me attinte da sacerdoti istruiti, che in un'epoca non molto da noi lontana, furono i successori di quella religiosa corporazione.

I Gesuati, o chierici apostolici di san Girolamo, furono istituiti in Viterbo l'anno 1360 dal beato Giovanni Colombini, e la istituzione fu successivamente approvata dai sommi Pontefici Urbano V, Alessandro VI, Paolo V, Urbano VIII. Quest'ultimo papa con sua bolla decretò il titolo a quell'istituto di Congregazione dei Gesuati di san Girolamo sotto la regola di sant'Agostino. In un'opera del Patino, di cui dovrò fare qualche citazione nel corso di questa memoria, si trova il ritratto del

nostro padre Stefano, e vi si può vedere il vestito di costume dei monaci, cui apparteneva. Sul cadere del secolo XIV erano passati in Venezia alcuni individui di questa religiosa famiglia. Essi dimorarono da principio ristretti in una casa presa a pigione nella parrocchia di santa Giustina, finchè nell' anno 1392, avendo ottenute alcune casette nella parrocchia di santa Agnese per pio legato di un Pietro Sassi, ivi stabilirono la loro casa col nome della *Corporazione dei poveri Gesuati*, e per trenta anni dimorarono in quell' angustissimo alloggio. Ma nell' anno 1423 avendo ricevuta in limosina una ricca somma di danaro da Francesco Gonzaga marchese di Mantova, ed a questa essendosi aggiunte anche le spontanee offerte dei veneti devoti, quei monaci poterono far atterrare le casette ed innalzare colà un bel monastero, e presso al chiostro un oratorio, sotto l' invocazione di san Cirolamo.

Nel 1668 la repubblica di Venezia domandava alla Santa Sede la soppressione di quest' ordine, e Clemente IX per *giuste ragioni* aderì alla domanda e lo sciolse colla bolla *Romanus Pontifex*, datata del 6 dicembre di quel medesimo anno. Pare che le giuste ragioni del Papa, a cui alludesi in quella bolla fossero e lo scarso numero d' individui, a cui si era ridotto l' ordine godente di grosse rendite, ed i frequenti disgusti e litigi che insorgevano spesso fra quei monaci ospitalieri ed infermieri ed il collegio dei medici della città. Il pontefice in quell' atto cedeva alla repubblica tutti i beni dei Gesuati per sostenere la guerra coi Turchi, che avevano assediata Candia, ed assegnava da quelle rendite annui scudi

40 ai chierici e 20 ai laici assistenti nello stato veneto. Dopo la soppressione dei Gesuati il loro convento sulle Zattere venne accordato dalla repubblica ai Domenicani dell'isola di san Secondo, ai quali Domenicani si diede in seguito, benchè impropriamente, il titolo di Gesuati.

Entrato, come accennai, il giovane degli Angeli assai di buon'ora in questa religione, si applicò ivi con tanto fervore allo studio delle lettere, della filosofia e della teologia, e vi spiegò tanta forza d'intelligenza e copia di cognizioni, che nell'età di soli 21 anno fu in istato di diventare lettore di esse facoltà nella sua religione. Questa carica ei sostenne per la prima volta in Ferrara, dove stette circa tre anni; ma accorgendosi, per frequenti malattie, che l'aria di quel paese gli era assai nociva, se ne passò per consiglio dei medici in Bologna. Fu in questo nuovo soggiorno che si sviluppò in esso il più intenso amore alle discipline matematiche, sotto la guida del celeberrimo padre Bonaventura Cavalieri milanese, pure Gesuato, che era pubblico professore in quella università, anzi può dirsi l'astro, che più vi risplendeva. L'esperto maestro ben presto si accorse dell'acuto ingegno del giovane veneziano, lo incoraggiava d'assai, ed avevalo sempre vicino, più che discepolo, amico. Dopo alquanto tempo, venendo meno della salute il Cavalieri, veniva anche a mancare al degli Angeli l'aiuto valido di un tanto precettore, ma avendo di già preso lo slancio, continuò la carriera seguatagli, e ciò spontaneamente e per l'affetto che aveva ormai posto alle matematiche verità. Il sig. Carlo Patino nativo

di Parigi, professore di chirurgia nell' università di Padova, nella sua ricercata opera *Icones et Vitae Professorum anno 1682 Patavii publice docentium*, ci fa sapere che in soli 46 giorni il degli Angeli senza aiuto straniero aveva appresi tutti i quindici libri di Euclide. Dipoi egli dice, penetrando più avanti nei segreti del tempio di Minerva, mentre era il Cavalieri ammalato in modo assai grave, egli fu di grande conforto al suo istitutore, il quale ammirando i rapidi progressi del suo allievo diletto, e predicendo l' altezza, a cui presagiva dover montare, a lui solo affidò il carico di correggere l'ultima sna opera intitolata: *Exercitationes Trigonometricae sex*, ed anche la cura di pubblicarla colle stampe.

Morto il Cavalieri nell' anno 1647, i rettori della bolognese accademia volevano unanimi affidare al nostro degli Angeli la Cattedra occupata da quel grande intelletto, ma egli modestamente la ricusava, anche pel desiderio che aveva di trasferirsi a Roma, inuitato dai suoi fratelli di religione. Nella città di Roma stette ben cinque anni, là pure coltivando col medesimo ardore le cose geometriche, non trascurando per altro in conto alcuno i doveri, che gl' incombevano come monaco. E tanto anche in questa parte mostravasi modello di attività e di diligenza, che ben presto venne eletto Priore del proprio monastero in Venezia; e così adorno di meriti, di estimazione e di scienza faceva ritorno alla cara sua patria. Nel quale nuovo religioso impegno poi così ebbe a farsi conoscere distinto, che poco dopo lo elevarono alla dignità di Definitore provinciale, e

questa ei conservò fino allo scioglimento dell' ordine. Ma tante cure non potevano distrarlo non che alienarlo dai prediletti suoi studii , ai quali da forza irresistibile di genio si sentiva attratto. Copiose opere in fatti egli produsse e pubblicò in questo periodo della sua vita; e così in largo la sua rinvigorisca si estese fra i dotti, che la veneta repubblica o chiamò nell' anno 1662 alla cattedra di matematica nell' università di Padova, quella cattedra, la qualche 20 anni in addietro era stata occupata da Galileo Galilei. Quel governo gli assegnò a principio, secondo che scrive il Facciolati nei suoi Fasti del Ginnasio Patavino, lo stipendio di annui fiorini 260, e questo in varie ricondotte gli venne accresciuto fino ai fior. 1100, ciò che certo fa prova del quanto l' opere magistrale di lui veniva tenuta in pregio dal veneto governo. Per ben sei anni il padre degli Angeli dava le sue lezioni in Padova vestito di abito monacale, finchè nel 1668 essendo stata soppressa, come abbiamo veduto, la sua corporazione religiosa, egli se visse in abito di sacerdote secolare, e continuò a dettare così le sue lezioni fino alla morte sua, che avvenne in quella città agli 11 di ottobre dell' anno 1697, essendo nell'età di anni 74.

Delle molteplici opere del padre Stefano degli Angeli, composte prima e dopo della sua elezione a professore nella Patavina Università, troviamo nel Patino e nella eruditissima storia di Giammaria Mazzucchelli disteso l' ampio catalogo ; ed io non vi terrò discorso di tutte, sebbene non abbia mancato di dedicare molte delle mie ore alla lettura di esse, ma mi fermerò a notarne il carattere generale,

e quelle cose, ch' è debito di ricordare siccome risultati degni di ammirazione relativamente alla loro epoca. Esse opere sono per la più parte geometriche; altre appartengono al genere polemico, ma sono interessantissime nel punto di vista storico scientifico; altre infine sono da porsi nelle popolari ed affini alla letteratura ed erudizione.

E cominciando dalla prima classe, che tiene l'importanza maggiore, noi scorgiamo in quelle opere tutta la svegliatezza e l'instancabilità d'un discepolo di Euclide, di Archimede e di Pappo Alessandrino. Ciò per altro che le caratterizza più da vicino è di costituire un monumento sontuoso elevato in onore del metodo geometrico inventato dal suo maestro Bonaventura Cavalieri. Ed in fatti le sue nobili ed ingegnose applicazioni, che danno valore a quel nuovo strumento geometrico, oltre a quelle, che uscirono dalla mente del suo inventore, sono senza alcun dubbio le ritrovate da Stefano degli Angeli. E questo dico senza mancare della dovuta riverenza ai lavori di simile genere condotti dal notissimo Evangelista Torricelli, avendo anche questi arato con gran profitto in quell'uberoso terreno.

Il metodo del Cavalieri, creato a facilitare la risoluzione dei più difficili problemi della geometria, fa seguito e perfezionamento al principio dell'eshaustione creato dai greci ed impiegato principalmente da Archimede. Esso può riguardarsi come una delle forme varie, che i genii di quel secolo produssero per dar nascimento al vero calcolo infinitesimale,

al Lagrangiano, e soprattutto al più usitato dei limiti.

Il celebre geometra milanese immaginava il continuo geometrico come composto di un numero infinito di parti, che sono gli ultimi termini della decomposizione possibile, e ciò dividendolo continuamente in istrati paralleli. Questi ultimi elementi erano da esso denominati gl' *indivisibili*, e dal rapporto col quale crescono o decrescono, egli si mette sul rintracciare la misura o la ragione delle grandezze finite, alle quali appartengono. Stabilito questo principio, esso mettesi in atto specialmente per mezzo di due fondamentali teoremi, che sostengono poi le funzioni di assioni o di postulati nell' uso continuo di questa teoria originale.

Lasciando da parte tutte le opposizioni avanzate dal contemporaneo Guldino, e più tardi dal Tacquet, a quella maniera di esporre il principio, un poco dura a vero dire per le orecchie geometriche, e che fu in seguito corretta dal Cavalieri medesimo, ci limiteremo a non riconoscere in quegli *indivisibili* altro che i nostri elementi differenziali, sul senso dei quali è gran tempo che ci siamo intesi. Ciò che v' ha di differente fra la scuola del Cavalieri e la nostra sta in questo, che nella prima si fanno le integrazioni per mezzo di rapporti, che di volta in volta si devono ricercare e sono offerti dalla cognizione particolare dello stato della questione, laddove nel calcolo moderno si trovano regole fisse, colle quali si fanno le differenziazioni e s' integra in modo assoluto ed indipendente.

Il Roberval, rispettabile matematico francese vi-

vente a quell' epoca, pretendeva di aver trovato egli pure, ed anzi prima dell' italiano professore, un metodo geometrico analogo; ma egli scrive che se lo riservava in *petto* colla intenzione di conservarsi fra i geometri d' allora una superiorità lusinghiera, che lo metteva in istato di risolvere le più intricate domande nella scienza di Euclide. Ma mentre il Roberval si rallegrava *juveniliter*, secondo la sua espressione, pel suo segreto strumento, il Cavalieri pubblicò i suoi indivisibili che tanto onore gli procacciarono; e così, al dire del Montucla, perdendo la priorità supposta, il Roberval ebbe la giusta punizione, che incoglie tutti coloro che per motivi sì poco degni di un filosofo vogliono fare un mistero delle loro invenzioni. Ma torniamo al Cavalieri.

Non essendo necessario presentemente di estendere lo sviluppo delle due proporzioni teoriche cardinali, che accennava dapprima, reputo piuttosto che non riuscirà inopportuno ch' io vi offra due esempi del modo con cui nella scuola del Cavalieri venivano nei casi speciali maneggiati.

E per primo s'immagini, che ad un emisfero venga circoscritto un cilindro scavato per mezzo di un cono rovescio, la punta del quale vada a ferire il centro della sfera, e la base sua confondasi colla base superiore del cilindro. Un breve studio di questi due corpi nella descritta loro giacitura ci farà scorgere, che tutti gli elementi indivisibili corrispondenti sì nell'uno e sì nell'altro si eguagliano mano a mano fra di loro; e perciò, dietro al primo postulato Cavaleriano si conchiuse, ch'è si devono eguagliare fra

di loro gl' interi volumi di essi solidi. Siccome poi del cilindro scavato si ottiene la misura della solidità coi due terzi del prodotto della sua base, ch' è in pari tempo il circolo massimo della sfera, moltiplicata pel raggio che n' è l' altezza; tale sarà evidentemente anche la quantità del volume della mezza sfera.

Come saggio dell' uso del secondo teorema fondamentale, che riguarda due rapporti di specie eterogenee, assumeremo da una parte il segmento di una parabola ordinaria considerata esteriormente, cioè rispetto all' asse delle ordinate, ed a questo segmento intenderemo circoscritto il rettangolo delle due coordinate che lo determinano. Da un altro punto ci porremo davanti al pensiero una piramide ed un prisma di base e di altezza eguali, e l' altezza di queste due figure solide sia la stessa che quella delle due figure piane summentovate. Esaminando ora a passo a passo gli elementi indivisibili corrispondenti nelle due coppie di grandezze, troveremo colle nozioni più facili della scienza, che gl' indivisibili da una parte hanno costantemente fra loro il medesimo rapporto che gli elementi indivisibili, che sono dall' altra parte; e con ciò siamo autorizzati a conchiudere che il segmento parabolico avrà col rettangolo circoscritto il rapporto medesimo, che ha la piramide col prisma. E perchè la piramide è un terzo del prisma, così sarà la figura parabolica la terza parte del rettangolo delle due coordinate; il che la geometria ci dimostra esser vero per tante altre vie.

Il nostro giovane Stefano degli Angeli, innamorato com' è da credere della eleganza di questo

metodo del suo maestro, si mise all' impresa di coltivarlo e di estenderlo, ed in ciò riuscì assai felicemente nelle molte opere da lui pubblicate. Esse concernono, come vedremo, la più parte dei soggetti di geometria superiore, quali le aree ed i centri di gravità delle sezioni coniche, i solidi generati in diverse maniere colla rotazione dei loro segmenti, le spirali degli ordini superiori, e tutte le immaginabili forme di coclee. Il dottissimo matematico e storico giudizioso sig. Montucla dimostra in più luoghi della celebrata sua storia l' alta stima in che egli tiene il degli Angeli, e dice che sarebbe ingiusto il porre in dimenticanza le fatiche di quest' uomo, che gli parvero degne di un abilissimo geometra. Ed un saggio di questa abilità del nostro geometra ad usare e ad ampliare il metodo dell' indivisibili lo trovai, lasciando ora in disparte tutto il resto, in una bellissima proporzione che fra le altre mi rimase impressa, ed è questa.

Se un conoide di qualsivoglia specie (così chiamavano allora un solido di rivoluzione avente un principio chiuso), se un conoide s' intenda segato con un piano parallelo all'asse di rotazione in qualche sito, risulterà una sezione simmetrica intorno ad una retta auch' essa parallela all' asse. Venga ora fatta rotare la sezione in modo che quella retta linea le serva di nuovo asse; con questo movimento verremo a creare un nuovo conoide, che sarà perfettamente eguale, secondo il tutto e secondo le parti proporzionali, al solido anulare, che rimane nel conoide primitivo privato dal cilindro interno avente a piano tangenziale il piano segante.

Cotale verità, senza che si dichiari di un grande interesse, e senza nè anche riguardarla come difficile, ricercata coi metodi diretti del nostro tempo, esigerebbe per altro non piccolo dispendio di calcolo. La dimostrazione col metodo induttivo dell'indivisibili ci fu indicata dal nostro autore come semplice e pronta.

Questo bel risultato ed altri di somigliante semplicità ed eleganza geometrica, e l'autorità del già citato storico delle matematiche, mi spronarono alla lettura delle opere del nostro antico concittadino. Nel quale esercizio è d'uopo certamente farsi abitudine, poichè è mestieri d'ingolfarsi nelle lunghe e spesso tediose vie degli antichi. Valsemi però in quest'impresa quel poco di perizia, che noi alquanto maturi di età possiamo vantare, avendo fatto nella prima gioventù il nostro tirocinio sugli elementi dal megarese maestro: i quali furono per lunga pezza nelle scuole, specialmente italiane, il testo biblico dei geometri. Ma quello, o Signori, non è stato un tempo perduto, come sembrano credere taluni, che in questa epoca felice per la facilità dei metodi introdotti, poterono addottrinarsi con maggiore agiatezza. Il conoscere la lingua degli antichi è assai utile mezzo per estrarre i tesori, che gli acutissimi greci seppellirono nelle loro opere: tesori ai quali alcuni geometri insigni dei nostri tempi fecero omaggio; e mi basta ricordare per tutti l'illustre vivente sig. Chasles, il quale nella sua Geometria superiore mette in bella luce moltissime interessanti verità, che spettavano agli antichi ed erano dimenticate: e questa sua professione di fede, pas-

satemi il termine, confermò ed ampliò con più solenne espressione nella molto profonda sua opera di recente pubblicazione, che versa sui *Porismi di Euclide*. Ed eccovi esperte tutte le riflessioni che m'indussero e m'incoraggiarono a passare a rassegna i lavori dell' uomo che mi proposi oggi di farvi ricordato.

La prima opera alquanto diffusa, ch' egli compose e pubblicò in Venezia nel 1658, ha per titolo: *Problemata geometrica sexaginta circa conos, sphaeras, superfícies conicas, sphaericasque praecipue versantia*. In questo volume sono svolte con tutto il rigore della scuola dottrine, che in tali materie fanno continuazione a quelle di Archimede e di Apollonio Pergeo. Frequentissime occasioni gli si presentano di usare la teoria degl' indivisibili, e fra queste è la tesi, dove dimostra che il conoide parabolico è la metà del cilindro ad esso circoscritto.

In mezzo ai tanti curiosi problemi di questo libro trovai degno di menzione quello così annunziato: *Datis tribus lineis invenire semicirculum cuius periphaeria subtendatur ab ipsis*.

Il grande Newton nella sua *Arithmetica Universalis* si occupa anch' egli a lungo di questa proporzione, perchè la prende come suo tipo ad insegnare la maniera, con cui l' analisi algebrica debba assestarsi alla risoluzione delle questioni geometriche; ed è in questo luogo ch' egli stabilisce le regole, che poi servirono a tutti gli analisti di norma in così fatti esercizi. L' inglese geometra, dopo tutte le opportune considerazioni, arriva a darci per la risoluzione del problema una equazione del terzo

grado, di cui, come è notissimo, non può farsi la costruzione se non per mezzo delle coniche sezioni. La sola riga ed il compasso non possono qui essere usate allo scopo, se non nel caso, in cui due delle date rette sieno eguali, poichè in allora l'equazione cubica può comodamente venire abbassata al grado secondo. Il degli Angeli scioglie i due casi, senza la face dell' algebra, che allora non era accesa, l'uno *per locum planum*, secondo il linguaggio scolastico, e l' altro *per locum solidum*. Le sue costruzioni sono elegantissime, e mostrano chiaro che istintivamente anche gli antichi avevano un segreto oracolo di analisi, che domesticamente consultavano, ma non facevano vedere al volgo.

Quello che alcun poco potè turbarmi nell' esame di questa opera si fu la qualche importanza, che il nostro degli Angeli sembrava attribuire al così detto *paradosso geometrico*, perchè abbagliò lo stesso Galileo, ed è che *il centro di un cerchio è eguale alla sua circonferenza*. Questo giuoco di parole, che come vedesi non presenta alcun senso se non assurdo, era un fatale intoppo nel quale si urtava quasi sempre nell' uso del calcolo degl' indivisibili, ed eccovene l' origine.

Vi risovvenga, o Signori, di quei due solidi descritti da me poco fa, cioè di un emisfero e di un cilindro incavato da un cono rovescio, cilindro che lo circonda, dei quali così facilmente si appalesa l' equivalenza. Or bene: questa equivalenza si deduce col provare, che tagliati dovunque i due corpi con un medesimo piano segante parallelo colla base comune d' entrambi, il circolo nato nell' emisfero

eguaglia a puntino la zona circolare spettante al cilindro incavato. E siccome ciò ha luogo per ogni piano segante immaginabile, dicevasi con molta fretta che ciò doveva effettuarsi anche nel piano tangente alla sommità della superficie sferica; il che, come si vede, presentava da una parte un *centro* (cioè il punto di contatto) e dall'altra una *circonferenza*, cioè lo spigolo nudo del cilindro terminato; dunque per la presa analogia, il centro, cioè quel punto di contatto, doveva essere eguale a quella circonferenza. Noi lo accorderemo di buona voglia, se sono così teneri di questa inezia, poichè sotto il riguardo di superficie (e qui si tratta di superficie soltanto) così il centro come la circonferenza si possono eguagliare, perchè sono entrambi eguali a zero; ma questo strano vaniloquio non può insorgere a pretesa, se non in quei casi speciali, ove si richiama ad uno stato anteriore di rapporto, e non può certo aver modo di entrare quando si trattasse di un qualunque cerchio isolato in un piano. Bastava riflettere che il ragionamento dimostrativo non era rivolto che a' piani seganti; dunque il piano tangente non v'entrava se non ad indicare il limite dove il rapporto di eguaglianza andava a cessare. La mancanza di un linguaggio ben formato, e che ci fu dopo dalla teoria dei limiti perfezionato, impedì forse la spiegazione chiara del sofisma per parte di geometri cotanto valenti e degnissimi di rispetto.

Questa menda del nostro autore riflessa sopradì lui dallo splendore di un gran nome, è a dismisura cancellata dai tanti lavori di gran lena ch'ei porse nel seguito. Tale è il suo *Miscellaneum hyperbolicum*

pubblicato nel 1659, e dedicato agli Illustrissimi Cinquanta del Senato di Bologna in contrasegno di gratitudine per quella illustre città; nella quale sua opera tratta profondamente dei centri di gravità dell' iperbola, delle sue parti e di alcuni solidi, dei quali nessuno fino allora aveva parlato. Insegna a quadrare la parabola in doppia maniera ed a guidare le tangenti a tutta la famiglia parabolica. Sulla parabola inoltre e sui conoidi di essa risolve curiosi problemi spettanti ai *massimi*, inscrittibili ed ai *minimi* circoscrivibili. In questo suo libro l'autore ambisce di pretendere alla priorità sulla Fautelle e sul Guldino medesimo, il quale nella rinomata sua opera *Centro-barica*, così confessa la sua mancanza in questo proposito: *deest hoc loco hyperbolae ejusque partium centri gravitatis investigatio.*

L'opera uscita dalla sua penna nel 1660 è meritevole di ricordanza, tanto per la persona alla quale viene dedicata, quanto e molto più per la materia che l'autore vi ha svolta.

È stato umiliato quel lavoro all' eminentissimo cardinale Gregorio Barbarigo, Patrizio Veneto, vescovo allora di Bergamo, e che in seguito, come tutti sanno, fu vescovo di Padova e morì nel 1697, cioè l'anno medesimo della morte del nostro degli Angeli, ed il quale vescovo fu poi annoverato fra i beati dal suo concittadino Carlo Rezzonico, Papa sotto il nome di Clemente XIII. La dedica, o Signori, era degnissima, poichè sappiamo dalla storia della vita del Barbarigo che egli era dottissimo nelle cose matematiche, e per ciò sembra che a buon di-

ritto e senza lusinghe il degli Angeli lo invocasse col nome di *Geometrarum Mecenas peritissimus*.

Parlando della materia del trattato, che s' intitola *De infinitorum spiralium spatiorum mensura*, ella valse a collocarlo in un gran posto fra i geometri del suo tempo: e quel soggetto fu poi anche ampliato coll' aggiunta ch' ei vi fece d' un altro trattato, detto *De spiralibus inversis*, stampato in Padova nel 1667. Fine a quell' epoca gli antichi avevano assai bene conosciuto ed usato le proprietà, gli spazi, le tangenti della Spirale di Conone o di Archimede, ma di poco o nulla si era varcato questo termine.

Il degli Angeli ci racconta egli stesso di essere stato parecchie volte stimolato a scandagliare più a fondo in questo mare, quando trovavasi in Roma. E quelli che così eccitavano erano un Michelangelo Ricci, da lui chiamato il Corifeo degl' italiani geometri, al che fece eco pienamente anche il Montucla; poi un Francesco Slusio, riputato geometra francese, ed infine un matematico inglese di fama, Riccardo Albio. Essendo egli allora troppo giovane ricusò di affrontare cotali gravi ricerche, confessando modestamente il carico non trovarsi adattato agli omeri suoi. Ma più tardi, essendo in Venezia, e risvegliatosi in lui colle nuove forze acquistate anche il coraggio, intraprese lo studio delle infinite specie di spirali, e fu allora riverito per la novità dell' argomento e per la profondità della trattazione.

Dopo di lui altri valenti coltivarono questo campo e lo trovarono ancora fecondo. Se non che la gloria di esaurire in tutta la sua estensione un tale argomento era riservata al più moderno chiarissimo

matematico Varignon, in una bellissima sua memoria, citata spesso e spesso indicata a modello ai giovani studiosi, la quale si trova inserita nelle Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1704. Tuttavolta a non iscemare di un punto il merito del Veneziano, torna opportuno il riflettere che quella Memoria straniera comparve 44 anni più tardi, e di quegli anni di abbondanza, nei quali l' analisi ardita aveva tanta sua ala distesa.

Alle ora accennate due opere va unita per merito d' interessanti investigazioni quella del 1661 *De infinitarum Cochlearum mensuris ac centrīs gravitatis*, dedicata a Leopoldo II dei Medici, granduca di Toscana, quegli sotto i cui validi auspicii si formò e crebbe l' Accademia del Cimento. In questo dotto lavoro descrive la forma delle infinite coclee sì strette e sì allargate, che si generano per mezzo di triangoli, di rettangoli, di semicerchi, ed altre figure piane scorrenti con duplice moto, l' uno circolare e l' altro progressivo, con diverso rapporto di velocità; ed assegna col metodo degl' indivisibili i volumi di questi solidi strani ed apparentemente intrattabili. Si propone in tale memoria l' autore di continuare e di estendere la strada tracciata ed incominciata assai pregevolmente dal Torricelli, ma che questo celebre uomo per cagione di morte lasciava ad altri da percorrere.

Copiosi problemi di tutte le specie riguardanti le aree delle figure piane ed i volumi dei solidi non ch' i loro centri di gravità, si contengono tanto nella seconda parte di questo libro delle Coclee, quanto nel *Miscellaneum Geometricum* prodotto nel

1660, quanto ancora nell' opera pubblicata nel 1662, cioè nell' anno primo in cui era entrato nella Patavina Università e che s' intitola: *Accessio ad Stereometriam et Mechanicam in qua traduntur mensurae et centra gravitatis quamplurium solidorum*.

Nell' anno 1661 ideò un nuovo genere d' investigazioni nell' opera intitolata de *Superficie Ungulae*, a cui si unisce una seconda parte, che tratta de *quartis liliorum parabolicorum et cycloidalium*. Ciò che porgesse a lui il destro di mettersi a trattare questi argomenti lo racconta egli nella sua prefazione. Già nell' anno 1659 era comparso in Roma un opuscolo de *cycloide et de figura sinuum*, che vantava per autore un Onorato Fabri Gesuita, sotto il pseudonimo di Antimo Fabio: il buon degli Angeli s' invaghì di quest' opera ed indovinò che nella figura dei seni ivi celebrata *latitabat non spernendum geometricum mysterium*. E svelò a quanto pare pel primo il mistero, dicendo che quella curva che noi chiamiamo *sinusoide*, altro non era che la sezione obliqua d' un cilindro tagliato diagonalmente con un piano condotto pel raggio del quadrante base e sviluppata in un piano. Quantunque quell' Onorato Fabri non sia un nome molto onorato nella storia della scienza, poichè fu quest' uomo mai sempre avverso al Galileo e combattè ostinatamente tutte le belle scoperte dei giorni suoi, il nostro matematico fa di lui qualche caso rispetto al citato libretto. Per altro è facile indovinare ch' ei lo faceva con una piccola dose di spirito di partito, giacchè scopriva nel Fabri un grande settatore del metodo del Cavalieri. E tanto anzi il Fabri lo usava con in-

temperanza, che il nostro autore a suo riguardo così si esprime: *ut ad indivisibilium arenam percurrentam fraeno potius quam calcaribus indigere videatur.*

Quell'opuscolo per tanto del Fabri diede occasione al degli Angeli di combinare problemi di tutte le specie intorno alle unghie cilindriche, ai loro centri di gravità, ai solidi da esse con varia maniera di movimento ingenerati. Raddoppiata la superficie svolta in piano dell' unghia cilindrica in tre modi diversi, egli costruisce una simmetrica figura, ch' ei chiama *un giglio ungulare*, dal quale poi altri gigli germogliano con altri ideati movimenti, e di tutta questa fantastica famiglia di figure aventi tutte per elemento l' unghia cilindrica, valuta secondo il solido le aree, i punti di equilibrio, i vari conoidi derivanti da quelle: e le stesse combinazioni, e gli stessi oggetti si propone nei suoi studi sulla semicicloide.

Queste descritte, ed altre molte di eguale valore, sono le opere geometriche del professore degli Angeli, opere il dobbiamo pur dire con rincrescimento, le quali al pari di quelle di altri illustri suoi contemporanei non vengono più lette. La ragione di questo abbandono non è a mio credere soltanto il progresso della scienza ed il lasso del tempo, che corre da quelli a' nostri anni, poichè le verità matematiche non sono soggette a prescrizione di tempo; la causa più vera è profondamente morale.

Fu quel secolo uno dei più brillanti e privilegiati, sì per la moltitudine degli uomini di genio superiore, e sì per la grandezza dei trovati. Sembra che la natura abbia voluto in quei giorni di deca-

denza delle lettere mostrare quanto ella era capace di produrre per largo compenso alla dignità dell'uomo. L'Italia prima del sapere maestra, dopo la barbarie dell'età di mezzo diede in questo secolo potentissimi e rinomati ingegni, un Luca Valerio, un Galileo, un Torricelli, un Viviani, un Cavalieri, un Pucci e moltissimi altri. Ma l'Europa produceva in quel tempo in altri climi il Nepero inventore del nuovo calcolo logaritmico, il Guldino scopritore di un nuovo cammino nello studio delle curve, il Keplero che tutti sanno, il Roberval; poi il Pascal, il Cartesio, il Newton; poi l'Huygens e la portentosa famiglia dei Bernouilli, e quel miracolo del Leibnizio, di cui tante si onora l'umano intelletto. E come la comunione espansiva di queste straniere intelligenze fece salire a passi giganteschi il sapere e lo unificava, è ben da credere che il tributo, che a questo cumulo di ricchezza l'Italia poteva recare, avrebbe certo accresciuto il tesoro della scienza o di molto accelerato il suo andamento nella matematica pura, come l'Accademia del Cimento fece già a pro' delle naturali scienze. Ma gl'italiani, rispettate alcune eccezioni, si tenevano in disparte nel purismo sintetico, ed offerivano solitari sacrifici alla greca sapienza, benchè con attività e maestria nuove ricchezze portassero a quegli altari ed a quei templi vetusti. E mentre sdegnavano di dare ad altri la mano nella grande investigazione della verità, ebbero talvolta a provare qualche umiliante disinganno; come avvenne fra gli altri al Viviani nel suo vantato *Ænigma geometricum*, che ben presto fu spiegato in più modi ed

in più luoghi dagli oltramontani analisti. Attenutisi troppo scrupolosamente al linguaggio ed alle formalità degli antichi, e non avendo voluto adottare quel calcolo algebrico, che tanto facilitava agli altri le dotte ricerche, si vennero a chiudere le porte per arrivare fino ai nepoti, e non rimasero le faticose ed ottime loro opere che come venerabili monumenti di storica scienza, che visitati non vengono se non da pochi pazienti eruditi.

Mi si perdoni questa digressione, che per intendimento aveva di mettere le produzioni del mio encomiato Stefano degli Angeli nell'aspetto sotto il quale è lecito oggi di riguardarle, e passiamo a parlare delle polemiche sue scritture.

È notissima nella storia della scienza la lunga lotta, che si riscaldò fra lui ed il Padre Giambattista Riccioli Gesuita, uomo rispettabilissimo per la multiforme sua dottrina letteraria e scientifica, e soprattutto riputatissimo astronomo. Questo dotto professore, che in compagnia del P. Grimaldi suo allievo, giovò non poco colle sue esperienze a confermare le leggi dei gravi cadenti scoperte dal fiorentino Filosofo, ebbe poi a macchiare inescusabilmente il suo nome coll'essere divenuto uno dei più pertinaci combattenti, che mai facesse battaglia al grande Italiano sulla sua tesi del moto diurno della Terra. Ma il sapiente Riccioli non si teneva contento ai soliti plateali solismi stracehiati fuori dalle sagre carte dagli ignoranti; egli invece si sbracciò a contrastare in sul serio quel movimento del globo con argomenti fisico-matematici. Oltre alla tante volte adottata difficoltà di concepire la rotazione della terra

a cagione della forza centrifuga, che dovrebbe generarsi, a detta degli avversarii, in tutti i corpi terrestri nel moto circolare diurno, per cui la massa del globo ben presto verrebbe disfatta, argomento che si abbatta colla dimostrazione consueta che la velocità della terra dovrebbe essere 17 volte maggiore dell'attuale perchè la forza centrifuga potesse eguagliare soltanto la gravità dei corpi, il Padre Riccioli aveva coniato un argomento fisico-matematico tutto di suo gusto, al quale credeva che nessun uomo di scienza potesse rispondere.

Immaginatevi, ei diceva, che un grave siasi lasciato cadere dalla cima di una torre elevata, tanto che il corpo debba impiegare p. es. cinque minuti secondi per battere il suolo nella caduta. Dividendo quest' altezza in cinque parti nel rapporto dei tempi parziali di questa caduta con moto uniformemente accelerato, cioè 1, 3, 5, 7, 9, figuratevi che il grave abbia ricevuto l' impulso da occidente in oriente a principio, come voi pretendete, e troverete naturale ch' esso debba descrivere una curva. Ora il calcolo mi dimostra che le parti od archi di questa traiettoria rispondenti ai varii tempi summentovati sono pressochè eguali. Laonde le velocità del corpo in questi varii tempi, rappresentate da quegli archi, dovranno esser eguali, cioè nell' ultimo tempo come nel primo; dunque il corpo cadente dovrebbe battere la terra colla stessa forza come nel primo istante così anche nell' ultimo, lo che è contrario all' esperienza, e perciò questo vostro sognato moto della terra non può esistere.

Il professore degli Angeli nell'anno 1668, quando

già da sei anni si trovava all' Università di Padova, si propose di abbattere tutti gli argomenti dell' astronomo Gesuita, e ciò fece trionfalmente in varie riprese colle sue prime, seconde, terze e quarte considerazioni sopra la forza degli argomenti fisico-matematici del P. Riccioli contro il moto diurno della Terra, stampate in Padova. La confutazione sparsa per quei suoi quattro opuscoli riuscì un poco lunga e forse prolissa, poichè la compose alla forma di conversazioni fra un certo Conte Lescysky, un signore Offreddi ed il Matematico di Padova, ch'era egli stesso. La lentezza dei ragionamenti e delle deduzioni dipendeva naturalmente dalla forma in dialogo dell' opera, poichè metteva il personaggio principale nella necessità di togliere le più piccole difficoltà ed obiezioni degli altri due interlocutori.

Ma la sostanza delle ragioni del Matematico di Padova si restringeva a mostrare che il Padre Riccioli, per altri conti commendevole, si era mostrato con sua vergogna in questo affare, atteso lo spirito di partito, assai inesperto nelle leggi più comuni della Meccanica. Mostrò cioè d' ignorare che nell'urto dei corpi contro un ostacolo irremovibile, come il piano sottoposto alla torre, dipendere doveva la forza della percossa non tanto dalla velocità assoluta, di cui è il corpo animato, ma ancora dalla direzione con cui la percossa discende. La velocità, accordata pure che sia eguale nell' ultimo tempo come nel primo, non è poi egualmente inclinata nel corso della traiettoria nei varii tempi rispetto alla verticale. Decomposta in fatti la velocità assoluta in una verticale e l' altra orizzontale, soltanto la

prima doveva operare nell'urtare; e siccome le inclinazioni della velocità nei varii tempi erano diverse, diverse pure dovevano risultare le componenti verticali; e queste appunto si trovano, con facile dimostrazione, nello stesso rapporto crescente, come se non esistesse l'impulso orizzontale; e per ciò si conchiude che il moto della Terra per nulla si oppone all'esperienza, e può ben anche con essa sussistere. Rilevata così l'impotenza del grande Achille del Riccioli si usarono dall'autore tutti gli argomenti indiretti, che potevansi per allora mettere innanzi.

La prova diretta del movimento rotatorio della terra, come ben sapete, signori, era riservata ai giorni nostri; chè ce la diede quel preclaro ingegno del sig. Foucault, per mezzo del pendolo da lui ideato, e poi da quel suo giroscopio, che rende sensibile il fenomeno fra le pareti d'un gabinetto di fisica.

Ad ogni modo questa lunga controversia fu tutta col vantaggio del nostro concittadino, ed ebbe nella sua schiera tutti i veri scienziati d'allora, e non solo per questo conflitto, ma per la più possente ragione, ch'egli fu per carattere uno dei più caldi sostenitori del progresso in tutti i rami delle scienze fisico-matematiche.

Ed invero nell'anno 1671 faceva di pubblica ragione in Padova due lunghi dialoghi fisico-matematici; e tre altri nel successivo anno 1672, che avevano per titolo *Della gravità dell'aria e dei fluidi esercitata principalmente nei loro omogenei*: nei quali con amene conversazioni fra quegli stessi in-

terlocutori di sopra nominati, si svolgono tutte le leggi dell' idrostatica e si sciolgono le minute difficoltà di certi paradossi, già noti in quella materia, e dei quali in allora ben pochi precettori davano una chiara spiegazione. Non pretende il nostro autore, com' egli asserisce con modestia nella introduzione, che queste sue composizioni contengano cose del tutto nuove e non tocche dagli altri; ma essergli stato di eccitamento a scrivere il desiderio di giovare ai nobilissimi scolari di quel sapientissimo studio: i quali, diceva il nostro professore, *camminando al dottorato pei ponti delle dottrine peripatetiche e delle formalità, poco o nulla vedevano della filosofia sperimentale*. La quale dichiarazione serve a farci conoscere ad un tempo e lo stato delle pubbliche istituzioni d' allora, e gl' intendimenti del nostro degli Angeli sul vero scopo degli studii pegli uomini socievoli.

Ma non è a credere ch' egli con tato zelo del sapere calcasse unicamente le sole aride ed ardue vic della severa matesi e delle scienze. Abbiamo invece ogni motivo per ritenere ch' egli nella classica letteratura fosse molto perito, egli che per molti anni della sua fresca età n' era stato precettore fra i suoi: egli che con tanta sveltezza di dicitura usò mai sempre familiarmente la lingua del Lazio. Ed inoltre nelle lunghe dedicatorie epistole, rivolte ai più distinti personaggi dello stato e della chiesa, lo troviamo come uomo familiarissimo degli ameni studi spargere salì ed argutissime mitologiche allusioni, e questo con frequente uso ed anche abuso a seconda del gusto del secolo. Il Bresciano dottissimo

Mazzuchelli ricorda la corrispondenza che regnava fra il degli Angeli ed il celebre antonio Magliabechi, in assai scritti di argomenti scientifico-letterari, e questo legame col fiorentino filologo serve bastantemente a dichiararlo non istraniero al consorzio dei dotti contemporanei di tutte le classi.

A coronare il monumento, che oggi m'ingegnai d'innalzare in questo letterario recinto al nostro concittadino Stefano degli Angeli, non mi rimane che porvi sopra un' ultima ghirlanda di fiori, cioè di fare ricordanza delle qualità dell' animo suo. E qui sarò breve poichè l' affare è assai veechio. Questo sacerdote così esaltato e venerato dai suoi confratelli per più di trenta anni, così accarezzato e tenuto per familiare ed amico da tanti nobili e famosi personaggi, la intera vita del quale non respirò che osservanza scrupolosa dei proprii doveri, e fu incessantemente modellata alla ricerca e diffusione del vero, non poteva essere dotato che di bella indole e di soavi costumi. E mi basta ad accertarmene per tutte la testimonianza del più volte citato storico contemporaneo della Patavina Università, Carlo Patino, che col degli Angeli viveva domesticamente, ed il quale al suo riguardo si esprime con queste parole: *Singularem Stephani comitatem, morum-que suavitatem experiuntur quicumque illam desiderant, adeo facilis est omnibus, benignus et beneficus. In ejus gloriam dictum sit nullum a me inventum, qui vel levissime de ejus dietis faetisque conquereretur* ».

E qui darò termine alle mie illustrazioni sulla vita e sulle opere di questo insigne matematico

e filosofo veneziano. Il desiderio di togliere da oblio ingiusto e di mettere in piena luce i diritti a fama non peritura di quest' uomo, il nome del quale così stretto si lega ad uno de' trovati più belli dell'italiano ingegno, m'infuse costanza, e dolce mi sembrò la fatica nella lettura di opere, che attualmente pei modi mutati sono poco leggibili. So che potrebbe taluno ricantarmi essere il nostro presente così fervido d' interesse nella scienza e nelle sue applicazioni al materiale benessere della vita, da impedirci di guardare addietro nei secoli che furono. Ma io penso che sia non ultimo fra gl' interessi del progresso e di quelli che lo promuovono, il celebrare con sagro zelo la memoria ed il bene fatto dai trapassati. Imperocchè con questo generoso operare tramanderemo un buon esempio ai nepoti, a quei nepoti

« che questo tempo chiameranno antico », di non mancare di gratitudine ai primi informatori del bello, dell'utile e del vero. Così impediremo loro di gettare addosso un guardo compassionevole sui nostri prodigiosi lavori, che ora vagheggiamo con giusto orgoglio, ma i quali per fermo, secondo l' andamento delle mondane cose, si contenteranno in allora di venire conservati e posti in opera come materiali alla costruzione di nuovi e più amati edifizii.

NOTA

Per l'intelligenza perfetta dei due principii fondamentali della Geometria Cavalieriana degl' indivisibili, si diedero nel corso di questa memoria per esempio due Teoremi, i quali vennero colà semplicemente annunziati. Non dispiacerà forse a qualche lettore che qui a parte se ne aggiunga anche la dimostrazione, per sempre meglio comprendere come quella scuola si adoperasse al ritrovamento delle verità superiori per mezzo delle più elementari nozioni della scienza di Euclide.

TEOREMA I. (fig. 1)

All' emisfero DAGBH sia circoscritto il cilindro AGBFE ed in questo venga inscritto il cono rovescio ECF, sarà equivalente all' emisfero quel solido, che rimane al cilindro dopo estratto il cono suddetto.

Intendasi condotto un piano NCN' parallelo alla base comune del cilindro e dell' emisfero. Questo piano e quello normale guidato per l'asse DC avranno per comune intersecazione la NMM'N'.

Ora, per la proprietà del cerchio, si ha

$$PM^2 = CD^2 - CP^2 = PN^2 - Pn^2,$$

giacchè $PN = PC$; quindi sarà ancora

$$\Pi PM^2 = \Pi(PN^2 - Pn^2) ;$$

ciò che vuol dire, che l'anello circolare generato da Nn sarà eguale *continuamente* al cerchio parallelo della sfera avente per raggio PM. Se in luogo di queste due figure piane equivalenti, s'intendano due *strati indivisibili*, cioè di piccolissima altezza, questi saranno pure eguali. E decomponendo tanto l'emisfero che il cilindro in grandissimo numero di queste coppie di strati eguali, verremo facilmente a conchiudere, che gl'interi solidi avranno l'equivalenza annunziata, la quale secondo il linguaggio Cavaleriano sarà *secundum partes proportionales et secundum totum*.

TEOREMA II. (fig. 2 e 3)

Il segmento parabolico esterno ABM è equivalente ad una terza parte, ed il segmento interno AMP a due terze parti del rettangolo APMB, compreso fra le due coordinate corrispondenti.

S'intenda tirata un'altra ordinata qualunque P'M' e terminato l'altro rettangolo ANM'P'. Per la natura della curva è

$$AP : AP' = PM^2 : P'M'^2,$$

e prendendo le rette parallele eguali si potrà stabilire la proporzione

$$(1) \quad BM : NM' = AB^2 : AN^2;$$

e se in luogo delle rette BM, NM' si prendano due piccoli rettangoli indivisibili, questi staranno nel medesimo rapporto.

Ciò posto s'immagini (fig. 2) la piramide ABCD

ed il prisma annesso ABCDEF, tali che l'altezza AB sia eguale alla AB della prima figura: sia tirato un piano segante NGH parallelo alla base comune e distante dal vertice A della AN, che pure sia eguale alla AN dell' altra figura.

Ciò posto, le sezioni della piramide essendo fra loro come i quadrati delle distanze dal vertice, avremo :

$$BCD : Ngh = AB^2 : AN^2 ,$$

e poichè $BCD = NGH$, avremo ancora

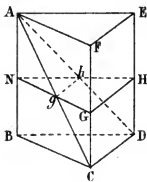
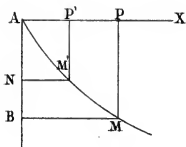
$$(II) \quad NGH : Ngh = AB^2 : AN^2 .$$

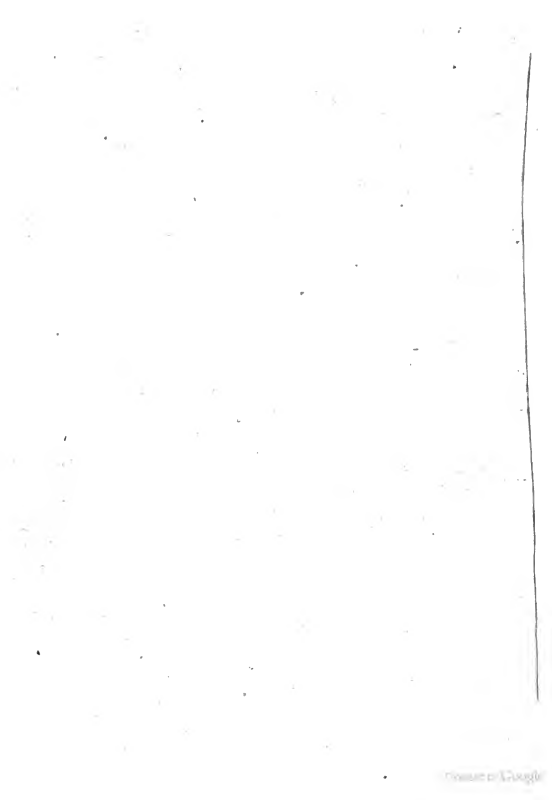
Paragonando ora le due proporzioni (I) e (II) fra loro, risulterà fra le due figure la terza proporzione:

$$BM : NM' = Ngh : NGH .$$

Tali rapporti costanti fra gli elementi del trilineo parabolico ABM col rettangolo ABMP, e fra gli elementi della piramide e del prisma, considerati tanto gli uni che gli altri come gli elementi indivisibili delle due specie di figure, ci condurranno passo a passo a conchiudere, che il trilineo sta al rettangolo come la piramide sta al prisma. E siccome questa è un terzo del prisma, così sarà ancora il trilineo una terza parte del rettangolo corrispondente ABMP. Conseguentemente il segmento AMP sarà equivalente ai due terzi dello stesso rettangolo delle due coordinate, ed anche qui *secundum totum et secundum partes proportionales*.

**Estratta dal Giornale Arcadico; tomo XLV
della nuova serie.**







六

BIBLIOTECA

B.
Misc

3
25